



GUIA N° 4 DE CALCULO II 220011: Integral definida

- 1.- Escriba la suma inferior y superior para las funciones siguientes en los intervalos dados:
- a) $f(x) = x^2$, intervalo $[1,2]$, $\Delta_i x = \frac{1}{2}$ (Long. Subintervalos)
 - b) $f(x) = \frac{1}{x}$, intervalo $[1,3]$, $\Delta_i x = 1/3$
 - c) $f(x) = x$, intervalo $[0,2]$, $\Delta_i x = \frac{1}{4}$
 - d) $f(x) = x$, intervalo $[0,2]$, $\Delta_i x = 2/n$
 - e) $f(x) = 1/x$, intervalo $[1,2]$, $\Delta_i x = 1/n$

- 2.- Sean $m, M \in \mathbb{R}$, tales que $m \leq f(x) \leq M$ para todo $x \in [a,b]$, con f continua sobre $[a,b]$.
- a) Demuestre que: $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$
 - b) Interprete geométicamente lo anterior.

- 3.- Sea $f : [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua sobre $[a,b]$.
- a) Demuestre que existe $c \in [a,b]$ tal que: $\int_a^b f(x) dx = (b-a) \cdot f(c)$
 - b) Interprete geométicamente.

- 4.- Demuestre que $\forall n \in \mathbb{N}$ se tiene: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \leq \log n$

Indicación: $\log x = \int_1^x \frac{1}{x} dx$ y toda suma inferior $\underline{S}(f, P)$ es menor o igual a $\int_a^b f(x) dx$ siendo P partición de $[a,b]$.

- 5.- Calcule las integrales definidas:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| a) $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin x + \cos x) dx$ | b) $\int_1^3 x \cdot e^x dx$ |
| c) $\int_0^1 \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$ | d) $\int_0^{\pi} \cos^4 x dx$ |
| e) $\int_0^{\pi/2} x \sin(2x^2) dx$ | f) $\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$ |
| g) $\int_0^1 \frac{1+e^{2x}}{e^x} dx$ | h) $\int_0^1 \frac{1-e^{2x}}{e^x} dx$ |