UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Profesores: Y.M./j.v./f.c.
Segundo Semestre de 1999

GUIA N° 4 DE CALCULO II 220011: Integral definida

1.- Escriba la suma inferior y superior para las funciones siguientes en los intervalos dados:

a) $f(x) = x^2$, intervalo [1,2], $\Delta_i\ x = \frac{1}{2}$ (Long. Subintervalos)
b) $f(x) = \frac{1}{x}$, intervalo [1,3], $\Delta_i\ x = 1/3$
c) $f(x) = x$, intervalo [0,2], $\Delta_i\ x = \frac{1}{4}$
d) $f(x) = x$, intervalo [0,2], $\Delta_i x = 2/\mathrm{n}$
e) $f(x) = 1/x$, intervalo [1,2], $\Delta_i\ x = 1/\mathrm{n}$

2.- Sean m, M $\in$ IR, tales que m $\leq f(x) \leq$ M para todo $x \in$ [a,b], con f continua sobre [a,b].

a) Demuestre que: $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)\ dx \leq xM(b-a)$
b) Interprete geométricamente lo anterior.

3.- Sea f : [a,b] $\to$ IR continua sobre[a,b].

a) Demuestre que existe c $\in$ [a,b] tal que: $\int_a^b f(x)\ dx = (b - a) \cdot f(c)$
b) Interprete geométricamente.

4.- Demuestre que $\forall n \in \mathbb{N}$ se tiene: $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \ldots + \dfrac{1}{n} \leq \log n$

Indicación: $\log x = \displaystyle\int_1^x \frac{1}{x}\ dx$ y toda suma inferior $\underline{S}(f, P)$ es menor o igual a $\int_a^b f(x)\ dx$ siendo P partición de [a,b].

5.- Calcule las integrales definidas:

a) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} (\sin x + \cos x)\ dx$

b) $\displaystyle\int_1^3 x \cdot e^x\ dx$

c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+1}}\ dx$

d) $\displaystyle\int_0^{\pi} \cos^4 x\ dx$

e) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} x\sin(2x^2)\ dx$

f) $\displaystyle\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\ dx$

g)) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1+e^{2x}}{e^x}\ dx$

h) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1-e^{2x}}{e^x}\ dx$